09/10/2019 Αριθμητική Ανάλυση

Μετατροπή από σύστημα με βάση b στο δεκαδικό

ΑΚΕΡΑΙΟ ΜΕΡΟΣ:

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(1234)_5$ στο δεκαδικό

$(1234)_5 = 4\cdot 5^0 + 3\cdot 5^1 + 2\cdot 5^2 + 1\cdot 5^3 = 4 + 15 + 50 + 125 = (194)_{10}$

$(1234) = \underbrace{4 + 5(\underbrace{3 + 5(2 + 5\cdot 1)}_{38})}_{194}$

Κλασματικό μέρος

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(.10111)_2$ στο δεκαδικό

$(.10111)_2 = 1\cdot 2^{-1} + 0\cdot 2^{-2} + 1\cdot 2^{-4} + 1\cdot 2^{-5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = 0{,}5 + 0{,}125 +$

$+ 0{,}0625 + 0{,}03125 = (0{,}71875)_{10}$

Μετατροπή από το δεκαδικό σε σύστημα με βάση b

Ακέραιο:

Παράδειγμα: Να μετατραπεί ο $(194)_{10}$ στο πενταδικό

Έστω $(194)_{10} = (\dots a_2 a_1 a_0)_5 = a_0 + 5(a_1 + 5(a_2 + \dots)\dots)$

Παρατηρώ ότι ο $(194)_{10} : 5$ δίνει υπόλοιπο a_0 κ' πηλίκο $a_1 + 5(a_2 + \dots)$

Η διαίρεση του πηλίκου $: 5$ δίνει υπόλ. a_1 κ' πηλ. $a_2 + 5(\dots)$ κοκ

~~διαιρέσεις~~	υπόλοιπο	πηλίκο
$x = 194:5$	4	38
$38:5$	3	7
$7:5$	2	1
$1:5$	1	0

$(194)_{10} = (1234)_5$

Κλασματικό:

Να μετατραπεί ο $(0.71875)_{10}$ στο δυαδικό.

Ο x στο δυαδικό θα έχει τη μορφή $(0.a_{-1}a_{-2}a_{-3}\ldots)_2 = a_{-1}b^{-1} + a_{-2}b^{-2} + \ldots$

Αν πολ/λω επί b θα γίνει $a_{-1} + a_{-2}\cdot b^{-2} + a_{-3}b^{-2} + \ldots = (a_{-1}.a_{-2}a_{-3}\ldots)_b$

Το a_{-1} γίνεται ακέραιο μέρος και το κλασματικό $(.a_{-2}a_{-3}\ldots)_b$

	Ακέραιο	Κλασματικό
$2x = 0.71875 \cdot 2 = 1.4375$	$a_{-1} = 1$	$\chi_1 = .4375$
$2\chi_1 = 0.4375 \cdot 2 = 0.875$	$a_{-2} = 0$	$\chi_2 = .875$
$2\chi_2 = 0.875 \cdot 2 = 1.75$	$a_{-3} = 1$	$\chi_3 = .75$
$2\chi_3 = 0.75 \cdot 2 = 1.5$	$a_{-3} = 1$	$\chi_4 = .5$
$2\chi_4 = 0.5 \cdot 2 = 1.0$	$a_{-4} = 1$	$\chi_5 = 0$

$$(0.71875)_{10} = (0.1011)_2$$

+ Να μετατραπεί ο $(0.1)_{10}$ στο δυαδικό.

$2x = 0.2$	$a_{-1} = 0$	$\chi_1 = .2$
$2\chi_1 = 0.4$	$a_{-2} = 0$	$\chi_2 = .4$
$2\chi_2 = 0.8$	$a_{-3} = 0$	$\chi_3 = .8$
$2\chi_3 = 1.6$	$a_{-4} = 1$	$\chi_4 = .6$
$2\chi_4 = 1.2$	$a_{-5} = 1$	$\chi_5 = .2$

$\chi_1 = \chi_5$ επομένως ο αριθμός $(0.1)_{10} = (0.000110011001100110011\ldots)_2 = (0.0\overline{0011})_2$

Σύνολο αριθμών μηχανής: Κάθε μη μηδενικός αριθμός στρογγυλεύεται σε αριθμό μηχανής και αποθηκεύεται ως $\pm .d_1d_2\ldots d_t \cdot b^e$ όπου $d_1 \neq 0$, $0 \le d_i \le b-1$, $i = 1, 2, \ldots, t$ και $L \le e \le U$, L, U, e ακέραιοι, συνήθως $L = -U$

Ο αριθμός $\pi \simeq 3.14159$ αποθ. ως $.314159 \cdot 10^1$

" " 0.000123 " " $.123 \cdot 10^{-3}$

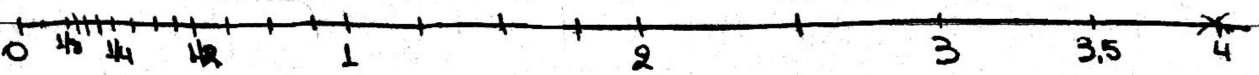
Το σύνολο αριθμών μηχανής χαρακτηρίζεται από την βάση b, το μήκος του κλάσματος t και από τα φράγματα του εκθέτη L κ' U.

Συμβολίζεται με $M = M(b, t, L, U)$.

• Να βρεθεί το σύνολο μηχανής $M = M(2, 3, -2, 2)$

Ο μικρότερος απόλυτα εκτός από το 0 είναι $0.100 \cdot 2^{-2} = 1 \cdot 2^{-1} \cdot 2^{-2} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$

Ο μεγαλύτερος: $.111 \cdot 2^{2} = (2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3}) \cdot 2^{2} = 2 + 1 + \frac{1}{2} = 3.5$



• Για $e = -2$: $0.100 \cdot 2^{-2} = \frac{1}{8}$, $.101 \cdot 2^{-2} = (2^{-1} + 2^{-3}) \cdot 2^{-2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{32}$, $.110 \cdot 2^{-2} =$
$= (2^{-1} + 2^{-2}) \cdot 2^{-2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$, $.111 \cdot 2^{-2} = (2^{-1} + 2^{-1} + 2^{-3}) \cdot 2^{-2} =$

$= \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$

• Για $e = -1$: $0.100 \cdot 2^{-1} = \frac{1}{4}$, $.101 \cdot 2^{-1} = (2^{-1} + 2^{-3}) \cdot 2^{-1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$, $.110 \cdot 2^{-1} =$
$= (2^{-1} + 2^{-2}) \cdot 2^{-1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$, $.111 \cdot 2^{-1} = (\quad) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$

• Για $e = 0$: $0.100 \cdot 2^{0} = \frac{1}{2}$, $.101 \cdot 2^{0} = (\quad) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$, $.110 \cdot 2^{0} = (\quad) =$
$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, $.111 \cdot 2^{0} = (\quad) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

• Για $e = 1$: $0.100 \cdot 2^{1} = 1$, $.101 \cdot 2^{1} = 1 + \frac{1}{4}$, $.110 \cdot 2^{1} = 1 + \frac{1}{2}$, $.111 \cdot 2^{1} =$
$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

• Για $e = 2$: $0.100 \cdot 2^{2} = 2$, $.101 \cdot 2^{2} = 2 + \frac{1}{2}$, $.110 \cdot 2^{2} = 2 + 1$, $.111 \cdot 2^{2} =$
$= 2 + 1 + \frac{1}{2}$

Κάθε πραγματικός από 1/8 έως 3.5 στρογγυλεύεται στον πλησιέστερο αριθμό μηχανής

- Αν $|x| < 1/8$ τότε στρογγυλεύεται στο 0.
- Αν $x > 3.5$ ή $x < 3.5$ τότε βγαίνει μήνυμα overflow. και σταματά η διαδικασία